全品智能作业

QUANPIN ZHINENGZUOYE

主 编：肖德好

高中数学

5

选择性必修第一册

RJA

天津出版传媒集团
天津人民出版社

图书介绍

编写依据

以新教材为本，以课程标准（2017年版2020年修订）为纲。

选题依据

· 研究新教材使用地区最新题源，研究新教材新课标形式下的同步命题特点。

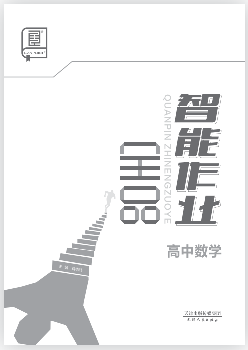
· 选题注重落实必备知识，满足同步教学中的基础性要求，兼顾一定的综合性。

· 强调试题的情境性、开放性，拓展学科知识的应用性和创新性。

▼ 课时作业

特点一 课时作业，分层设置

- 夯实基础——巩固必备知识、落实规范解答
- 素养提能——提升学科素养、形成关键能力
- 思维训练——拓广解题思路、提升数学思维



特点二 细分课时，并针对重难点和考试热点分别设置专题突破练和热点题型探究

- 专题突破练——讲次重难点，重点专题复习
- 热点题型探究—— 题型方法全面概括，解析本章考试热点难点

▼ 素养测评卷

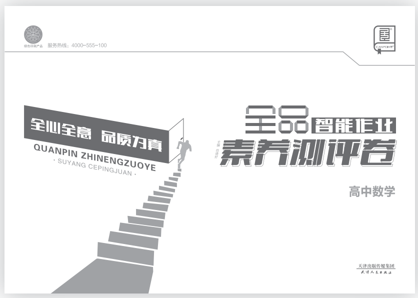
单元素养测评卷

阶段素养测评卷

知识覆盖到位，有助查漏补缺

模块素养测评卷

覆盖全书知识，精准备战期末



精选一线好题，拒绝知识倒挂、选题超纲现象，

助力同步高效学习！

目录 CONTENTS

全品智能作业 · 数学 RJA

01 第一章　空间向量与立体几何

02 第二章　直线和圆的方程

03　第三章　圆锥曲线的方程

素养测评卷

第一章　空间向量与立体几何

1.1　空间向量及其运算

1.1.1　空间向量及其线性运算

基础夯实篇

1. 下列结论中正确的是　　(　　)

A. 向量 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{BA}$ 的长度相等

B. 将空间中所有的单位向量移到同一个起点，则它们的终点构成一个圆

C. 空间非零向量就是空间中的一条有向线段

D. 不相等的两个空间向量的模必不相等

2. [2023·福建泉州高二期中] 在正方体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 中，下列向量为向量 $\overrightarrow{AD_1}$ 的相反向量的是　　(　　)

A. $\overrightarrow{C_1B}$　　B. $\overrightarrow{BC_1}$

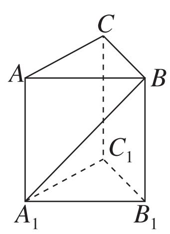
C. $\overrightarrow{B_1A}$　　D. $\overrightarrow{AB_1}$

3. 在长方体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 中，$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{A_1D_1}+\overrightarrow{CC_1}=$　　(　　)

A. $\overrightarrow{AC_1}$　　B. $\overrightarrow{C_1A}$

C. $\overrightarrow{AD_1}$　　D. $\overrightarrow{D_1A}$

4. 如图，在直三棱柱 ABC-$A_1B_1C_1$ 中，若 $\overrightarrow{CA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{CB}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{CC_1}=\boldsymbol{c}$，则 $\overrightarrow{A_1B}=$　(　　)



A. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$

B. $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$

C. $-\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$

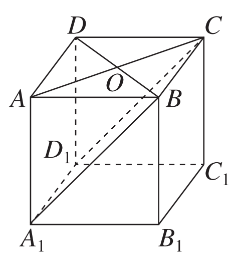
D. $-\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$

5. 已知四边形 $ABCD$，O 为空间任意一点，且 $\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{DO}+\overrightarrow{OC}$，则四边形 $ABCD$ 是　　(　　)

A. 平行四边形　　B. 空间四边形

C. 等腰梯形　　D. 矩形

6. (多选题) 在如图所示的正四棱柱 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 中，下列向量相等的是　　(　　)



A. $\overrightarrow{DO}$ 与 $\overrightarrow{BO}$

B. $\overrightarrow{AC}$ 与 $\overrightarrow{DB}$

C. $\overrightarrow{AD}$ 与 $\overrightarrow{B_1C_1}$

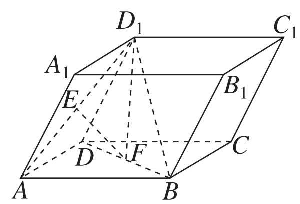
D. $\overrightarrow{A_1B}$ 与 $\overrightarrow{D_1C}$

7. [2024·辽宁本溪高二期中] 设向量 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3$ 不共面，已知 $\overrightarrow{AB}=-3\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{e}_2+2\boldsymbol{e}_3$，$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{e}_1+\lambda\boldsymbol{e}_2-6\boldsymbol{e}_3$，$\overrightarrow{CD}=4\boldsymbol{e}_1+2\boldsymbol{e}_2+8\boldsymbol{e}_3$，若 A,C,D 三点共线，则 $\lambda=$________.

8. [2024·江西新余实验中学高二期中] 如图，在平行六面体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 中，设 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$，$E,F$ 分别是 AD_1，BD 的中点.

(1) 用向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 表示 $\overrightarrow{D_1B}$，$\overrightarrow{EF}$；

(2) 若 $\overrightarrow{D_1F}=x\boldsymbol{a}+y\boldsymbol{b}+z\boldsymbol{c}$，求实数 x,y,z 的值.



素养提能篇

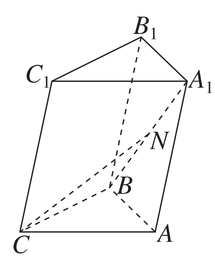
9. 如图所示，在三棱柱 ABC-$A_1B_1C_1$ 中，N 是 A_1B 的中点，若 $\overrightarrow{CA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{CB}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{CC_1}=\boldsymbol{c}$，则 $\overrightarrow{CN}=$　　(　　)

A. $\frac{1}{2}(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})$

B. $\frac{1}{2}(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$

C. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\frac{1}{2}\boldsymbol{c}$

D. $\frac{1}{2}\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$



10. [2024·黄冈黄梅国际育才高级中学高二月考]给出下列说法：

①若 A,B,C,D 是空间任意四点，则有 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}=\mathbf{0}$；

②$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}|-|\boldsymbol{b}|$是 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 共线的充要条件；

③若 $AB /\!/ CD$，则 $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}$ 共线；

④对空间任意一点 O 与不共线的三点 A,B,C，若 $\overrightarrow{OP}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}+z\overrightarrow{CO}$ 且 $x+y-z=1$(其中 $x,y,z\in\mathbf{R}$)，则 P,A,B,C 四点共面.

其中错误说法的个数是　　(　　)

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

11. [2024·浙江温州十校联合体高二联考]已知 M,A,B,C 是空间任意四点，其中 A,B,C 三点不共线，对平面 ABC 外的任一点 O，下列条件中不能确定点 M,A,B,C 共面的是　　(　　)

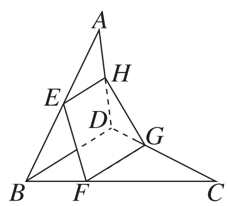
A. $\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}$

B. $\overrightarrow{OM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$

C. $\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{OC}$

D. $\overrightarrow{OM}=3\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}$

12. (多选题)如图，四边形 $ABCD$ 是空间四边形，E,H 分别是 AB,AD 的中点，F,G 分别是 CB,CD 上的点，且 $\overrightarrow{CF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CD}$，则　　(　　)



A. $\overrightarrow{FG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BD}$

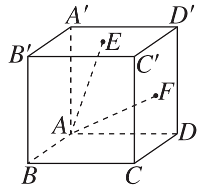
B. $\overrightarrow{EH}=\frac{3}{4}\overrightarrow{FG}$

C. $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{HG}$

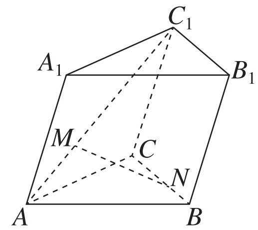
D. 四边形 $EFGH$ 是梯形

13. 已知点 P 在$\triangle ABC$ 所在平面内，O 为空间中任一点，若 $\overrightarrow{OP}=\frac{1}{2}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}+x\overrightarrow{OC}$，则 $x=$________.

14. [2024·山东师大附中高二月考]如图，已知正方体 $ABCD-A'B'C'D'$，E,F 分别是正方形 $A'B'C'D'$和正方形 $CC'D'D$ 的中心. 若 $\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AF}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AD}+x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AA'}$($x,y\in\mathbf{R}$)，则 $x+y=$________.



15. 如图所示，在斜三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，已知点 M,N 分别在 AC_1 和 BC 上，且满足 $\overrightarrow{AM}=k\overrightarrow{AC_1},\overrightarrow{BN}=k\overrightarrow{BC}(0\leqslant k\leqslant 1)$，判断向量 $\overrightarrow{MN}$ 是否与向量 $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AA_1}$ 共面.



思维训练篇

16. [2024·深圳外国语学校高二月考]在正四面体 $ABCD$ 中，其外接球的球心为 O，则 $\overrightarrow{AO}=$　　(　　)

A. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}-\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$

B. $\frac{3}{4}\overrightarrow{AD}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$

C. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AD}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$

D. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AD}-\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$

17. 已知 E,F,G,H 分别是空间四边形 $ABCD$ 的边 AB,BC,CD,DA 的中点.

(1)用向量法证明：E,F,G,H 四点共面；

(2)设 M 是 EG 与 FH 的交点，求证：对空间任意一点 O，有 $\overrightarrow{OM}=\frac{1}{4}(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD})$.

1.1.2 空间向量的数量积运算

基础夯实篇

1. 四面体 $ABCD$ 的所有棱长都是 2,则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=$ ( )

A. $2\sqrt{3}$ B. $\sqrt{3}$

C. 2 D. 1

2. 若 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}<0$,则向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角 θ 的取值范围是 ( )

A. $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ B. $\left[0,\frac{\pi}{2}\right)$

C. $\left(\frac{\pi}{2},\pi\right]$ D. $\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$

3. 已知非零向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 不平行,并且其模相等,则$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 之间的关系是 ( )

A. 垂直 B. 共线

C. 不垂直 D. 以上都有可能

4. 在正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中,向量 $\overrightarrow{BD_1}$ 在向量 $\overrightarrow{DA}$ 上的投影向量是 ( )

A. $\frac{1}{2}\overrightarrow{DA}$ B. $\overrightarrow{DA}$

C. $-\frac{1}{2}\overrightarrow{DA}$ D. $-\overrightarrow{DA}$

5. 已知空间非零向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$,若 $|\boldsymbol{a}|=1$,$|\boldsymbol{b}|=2$,$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=60^\circ$,则 $|2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$ 的值为 ( )

A. 1 B. $\sqrt{2}$

C. 2 D. 4

6. (多选题)下列说法中错误的是 ( )

A. 若空间向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$,则 $\boldsymbol{a}//\boldsymbol{b}$

B. 空间中任意两个单位向量的模相等

C. 对于非零向量 $\boldsymbol{c}$,若 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}=\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}$,则 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$

D. 在向量的数量积运算中,$(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c})$

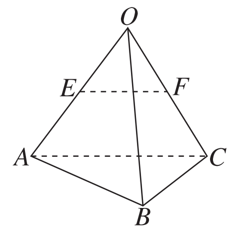
7. [2024·山东济宁嘉祥一中高二期中] 在四棱柱 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中,若底面 $ABCD$ 是边长为 1 的正方形,$AA_1=2$,$\angle BAA_1=\angle DAA_1=\frac{\pi}{3}$,则 AC_1 的长为________.

8. 如图所示,已知正四面体 $OABC$ 的棱长为 1,E,F 分别是 OA,OC 的中点.求:

(1)$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$;

(2)$\overrightarrow{EF}\cdot\overrightarrow{CB}$;

(3)$(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB})\cdot(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB})$.



素养提能篇

9. [2024·江苏南通高二期末] 已知平行六面体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中,$AA_1=3$,$BD=4$,$\overrightarrow{AD_1}\cdot\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{AB_1}\cdot\overrightarrow{BC}=5$,则 $\cos\langle\overrightarrow{AA_1},\overrightarrow{BD}\rangle=$ ( )

A. $\frac{5}{12}$ B. $-\frac{5}{12}$

C. $\frac{4}{15}$ D. $-\frac{4}{15}$

10. 设 A,B,C,D 是空间不共面的四个点,且满足 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0$,$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AC}=0$,$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}=0$,则 $\triangle BCD$ 的形状是 ( )

A. 钝角三角形 B. 直角三角形

C. 锐角三角形 D. 无法确定

11. (多选题)[2024·河北沧州高二期末] 在棱长为 2 的正四面体 $ABCD$ 中,E,F 分别是 AD,BC 的中点,G 是 $\triangle BCD$ 的重心,则下列结论正确的是 ( )

A. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}=0$

B. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{EF}=2$

C. $\overrightarrow{EF}$ 在 $\overrightarrow{AB}$ 上的投影向量为$\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

D. $\overrightarrow{EG}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD})$

12. (多选题)已知四面体 $ABCD$ 的所有棱长均为 2,点 E,F 分别为棱 AB,CD 的中点,则下列结论正确的是 ( )

A. $\overrightarrow{AF}//\overrightarrow{CE}$

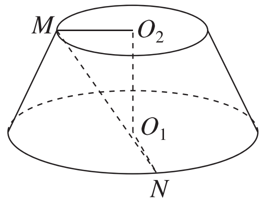
B. $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{CD}$

C. $\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{CB}=1$

D. $2\overrightarrow{EF}=-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$

13. 已知 a,b 是异面直线,$A\in a,B\in a,C\in b,D\in b,AC\perp b,BD\perp b$,且 $AB=2,CD=1$,则 a 与 b 所成的角为________.

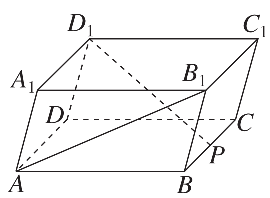
14. 如图,圆台 O_1O_2 的高为 4,上、下底面半径分别为 3,5,M,N 分别在上、下底面圆周上,且 $\langle\overrightarrow{O_2M},\overrightarrow{O_1N}\rangle=120°$,则 $|\overrightarrow{MN}|=$________.



15. 如图,在平行六面体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中,$\angle A_1AD=\angle A_1AB=\angle BAD=60°$,$AB=AD=2,AA_1=1$,$P$ 为 BC 的中点.

(1)求 $|\overrightarrow{D_1P}|$;

(2)求直线 AB_1 与 D_1P 所成角的余弦值.



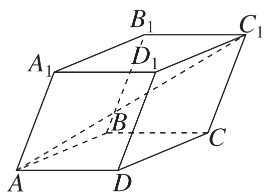
思维训练篇

16. [2023·北京育才学校高二期中] 已知 MN 是正方体内切球(球在正方体内且与正方体的六个面都相切)的一条直径,点 P 在正方体表面上运动,正方体的棱长是 2,则 $\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PN}$ 的取值范围为 ( )

A. $[0,4]$ B. $[1,4]$

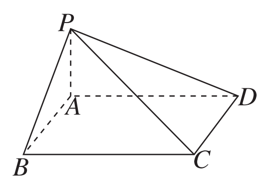
C. $[0,2]$ D. $[1,2\sqrt{2}]$

17. 如图,在棱长都为 1 的平行六面体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中,$\angle BAD=\angle A_1AD=\angle BAA_1=\frac{\pi}{3}$,



若选择该平行六面体的三个顶点,使得经过这三个顶点的平面与直线 AC_1 垂直,则这三个顶点是________.

18. 如图所示,在四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 为矩形,$AB=1,BC=a,PA\perp$ 平面 $ABCD$,则在棱 BC 上是否存在点 Q,使 $PQ\perp QD$?



1.2 空间向量基本定理

基础夯实篇

1. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,可以构成空间的一个基底的是 ( )

A. $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}$

B. $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AA_1},\overrightarrow{AB_1}$

C. $\overrightarrow{D_1A_1},\overrightarrow{D_1C_1},\overrightarrow{D_1D}$

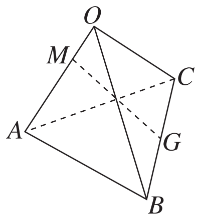
D. $\overrightarrow{AC_1},\overrightarrow{A_1C},\overrightarrow{CC_1}$

2. 已知$\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$是空间的一个基底,则可以与向量 $\boldsymbol{p}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$,$\boldsymbol{q}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 构成基底的向量是 ( )

A. $\boldsymbol{a}$　　B. $\boldsymbol{b}$

C. $\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$　　D. $\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{c}$

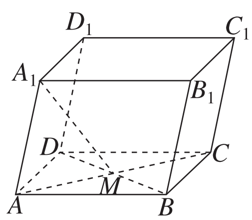
3. [2024·四川凉山高二期中] 如图,在四面体 $OABC$ 中,G 是 BC 的中点,M 是棱 OA 上靠近 O 的三等分点,设 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$,$\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{c}$,则 $\overrightarrow{MG}=$ ( )



A. $\frac{1}{3}\boldsymbol{a}-\frac{1}{2}\boldsymbol{b}-\frac{1}{2}\boldsymbol{c}$　　B. $-\frac{1}{3}\boldsymbol{a}+\frac{1}{2}\boldsymbol{b}+\frac{1}{2}\boldsymbol{c}$

C. $\boldsymbol{a}-\frac{1}{3}\boldsymbol{b}-\frac{1}{2}\boldsymbol{c}$　　D. $-\frac{1}{3}\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}-\frac{1}{2}\boldsymbol{c}$

4. [2024·广东茂名高二期中] 如图,在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,AC 与 BD 的交点为 M,设 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$,$\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$,若 $\overrightarrow{A_1M}=x\boldsymbol{a}+y\boldsymbol{b}+z\boldsymbol{c}$,则 $x+y+z=$ ( )



A. 1　　B. 0　　C. -1　　D. 2

5. 对空间任意一点 O,$\overrightarrow{OP}=\frac{3}{4}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{8}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{8}\overrightarrow{OC}$,则 P,A,B,C 四点 ( )

A. 一定不共面　　B. 一定共面

C. 不一定共面　　D. 无法判断

6. (多选题)[2024·长春高二期末] 设$\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$是空间的一个基底,下列说法中正确的是 ( )

A. 若 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$,$\boldsymbol{b}\perp\boldsymbol{c}$,则 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{c}$

B. $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 两两共面,但 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 不可能共面

C. 对空间任一向量 $\boldsymbol{p}$,总存在有序实数组(x,y,z),使 $\boldsymbol{p}=x\boldsymbol{a}+y\boldsymbol{b}+z\boldsymbol{c}$

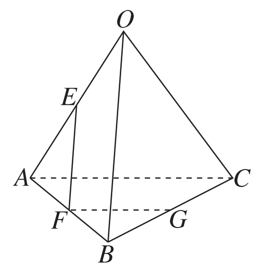
D. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b},\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c},\boldsymbol{c}+\boldsymbol{a}$ 一定能构成空间的一个基底

7. [2024·安徽亳州蔚华中学高二月考] 在四面体 $ABCD$ 中,点 E 满足 $\overrightarrow{DE}=\lambda\overrightarrow{DC}$,$F$ 为 BE 的中点,且 $\overrightarrow{AF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AD}$,则实数 $\lambda=$ ________.

8. 如图,在正四面体 $OABC$ 中,E,F,G 分别是 OA,AB,BC 的中点. 设 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$,$\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{c}$.

(1)用 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 表示 $\overrightarrow{EF},\overrightarrow{FG}$;

(2)求证:$EF\perp FG$.

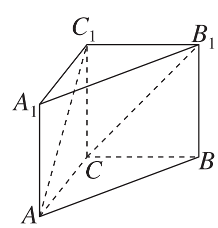


素养提能篇

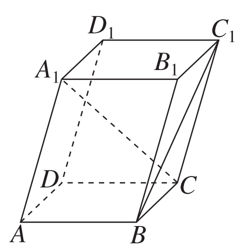
9. 如图所示,在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,$AC\perp BC$,$AC=3$,$AB=5$,$AA_1=4$,则 $\cos\langle\overrightarrow{AC_1},\overrightarrow{B_1C}\rangle=$ ( )

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B. $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$

C. $\frac{\sqrt{15}}{5}$　　D. $-\frac{2\sqrt{2}}{5}$



第 9 题

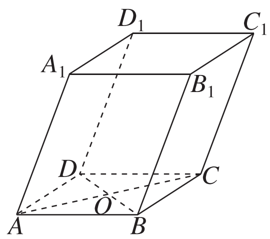


第 10 题

10. 如图,在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,$AB=AD$,$\angle BAD=\angle BAA_1=\angle DAA_1=60^\circ$,若 $A_1C\perp BC_1$,则 $\frac{AA_1}{AB}=$ ( )

A. 1　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{3}{2}$

11. （多选题）[2024·山东菏泽高二期末] 如图，在平行六面体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，AC 与 BD 交于 O 点，且 $\angle BAD=\angle BAA_1=\angle DAA_1=60^\circ$，$AB=AD=4$，$AA_1=5$. 下列结论正确的有 （　　）



A. $AC_1\perp BD$

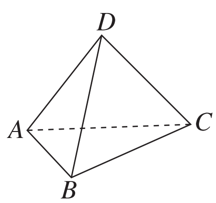
B. $\overrightarrow{BC_1}\cdot\overrightarrow{A_1C}=9$

C. $BD_1=\sqrt{85}$

D. $\overrightarrow{OB_1}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AA_1}$

12. 在四面体 $ABCD$ 中，E 为 BC 上的点，O 为 DE 上的点，且 $\overrightarrow{BE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$，$\overrightarrow{DO}=\frac{3}{5}\overrightarrow{DE}$，若 $\overrightarrow{AO}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}+z\overrightarrow{AD}$，则 xyz 的值为________.

13. 如图，$\triangle ABC$ 和 $\triangle ACD$ 均是边长为 2 的正三角形，$\triangle ABD$ 是以 BD 为斜边的等腰直角三角形，则异面直线 AD 与 BC 所成角的大小为________.



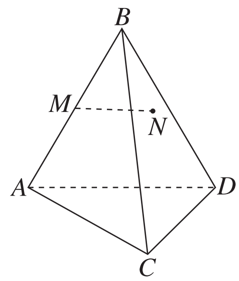
14. 在正四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 中，点 M,N,S 分别是棱 PA,PB,PC 上的点，且 $\overrightarrow{PM}=x\overrightarrow{PA}$，$\overrightarrow{PN}=y\overrightarrow{PB}$，$\overrightarrow{PS}=z\overrightarrow{PC}$，其中 $x,y,z\in(0,1]$.

(1)若 $x=1$，$y=\frac{1}{2}$，且 PD∥平面 MNS，求 z 的值；

(2)若 $x=\frac{2}{3}$，$y=\frac{1}{2}$，且点 $D\in$ 平面 MNS，求 z 的值.

思维训练篇

15. （多选题）[2024·深圳宝安中学高二期中] 如图，在四面体 $ABCD$ 中，平面 $ABD\perp$ 平面 ACD，$\triangle ABD$ 是等边三角形，$AD=CD$，$AD\perp CD$，M 为 AB 的中点，N 在侧面 BCD 上（包含边界），若 $\overrightarrow{MN}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}+z\overrightarrow{AD}(x,y,z\in\mathbf{R})$，则下列说法正确的是 （　　）



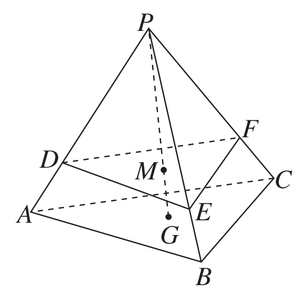
A. 若 $x=\frac{1}{2}$，则 MN∥平面 ACD

B. 当 $|\overrightarrow{MN}|$ 最小时，$x=\frac{1}{4}$

C. 若 $y=0$，则 $MN\perp CD$

D. 当 $|\overrightarrow{MN}|$ 最大时，$x=-\frac{1}{2}$

16. 如图，在三棱锥 $P\text{-}ABC$ 中，点 G 为 $\triangle ABC$ 的重心，点 M 在 PG 上，且 $PM=3MG$，过点 M 任意作一个平面分别交 PA,PB,PC 于点 D,E,F，若 $\overrightarrow{PD}=m\overrightarrow{PA}$，$\overrightarrow{PE}=n\overrightarrow{PB}$，$\overrightarrow{PF}=t\overrightarrow{PC}$，求证：$\frac{1}{m}+\frac{1}{n}+\frac{1}{t}$ 为定值.



滚动习题（一）［范围 1.1～1.2］

（时间：45 分钟　分值：100 分）

一、选择题：本题共 7 小题，每小题 5 分，共 35 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 对于空间中的三个向量 $\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB},3\overrightarrow{OA}-2\overrightarrow{OB}$，它们一定是（　）

A. 共面向量　B. 共线向量

C. 不共面向量　D. 无法判断

2. 若点 D 在 $\triangle ABC$ 所在的平面外，$(\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}+2\overrightarrow{AD})\cdot(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC})=0$，则 $\triangle ABC$ 的形状是（　）

A. 直角三角形　B. 等腰直角三角形

C. 等腰三角形　D. 无法确定

3. ［2024·菏泽鄄城一中高二月考］已知 $\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$ 是空间的一个基底，$\boldsymbol{m}=2\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$，$\boldsymbol{n}=x(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})+y(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})+4(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c})$，若 $\boldsymbol{m}/\!/\boldsymbol{n}$，则 $x+y=$（　）

A. 0　B. -6

C. 6　D. 5

4. 已知空间向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 满足 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{0}$，$|\boldsymbol{a}|=2$，$|\boldsymbol{b}|=3$，$|\boldsymbol{c}|=4$，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为（　）

A. 30°　B. 45°

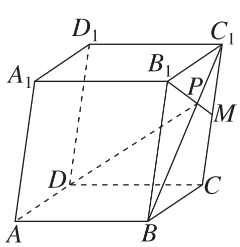
C. 60°　D. 以上都不对

5. ［2024·山西孝义高二期中］在正三棱锥 P-ABC 中，$PA=AB=4$，点 D,E 分别是棱 PC，AB 的中点，则 $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{PE}=$（　）

A. -2　B. -4

C. -8　D. -10

6. 如图，在平行六面体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 中，点 M 是棱 CC_1 的中点，B_1M 与 BC_1 交于点 P，则 $\overrightarrow{DP}=$（　）



A. $\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}$

B. $\overrightarrow{AB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AA_1}$

C. $\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AA_1}$

D. $\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AA_1}$

7. ［2024·天津滨海新区田家炳中学高二期中］在平行六面体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=BC=BB_1=2$，$\angle ABB_1=\angle ABC=\angle B_1BC=\frac{\pi}{3}$，则 $BD_1=$（　）

A. 12　B. $2\sqrt{3}$　C. 6　D. $2\sqrt{6}$

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.

8. ［2024·广东汕头金山中学高二月考］下列说法中正确的是（　）

A. 若 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{b}/\!/\boldsymbol{c}$，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{c}$ 所在直线不一定平行

B. 当向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 共面时，它们所在直线共面

C. 空间中的任意两个向量共面

D. 若 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，则存在唯一的实数 λ，使得 $\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}$

9. 在四面体 $ABCD$ 中，E,F 分别是棱 BC，BD 上的点，且 $\frac{BE}{EC}=\frac{BF}{FD}=2$，则下列结论正确的是（　）

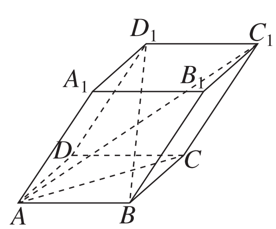
A. $\overrightarrow{EF}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=\frac{4}{3}\overrightarrow{EF}$

B. $\overrightarrow{EF}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=\frac{5}{2}\overrightarrow{EF}$

C. $\overrightarrow{EF}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=\frac{8}{9}\overrightarrow{CD}$

D. $\overrightarrow{EF}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=\frac{5}{3}\overrightarrow{CD}$

10. ［2024·浙江温州高二期中］如图，在平行六面体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=AD=1$，$AA_1=\sqrt{3}$，底面 $ABCD$ 为菱形，$\angle BAD=60^\circ$，直线 AA_1 与直线 AB，AD 所成的角均为 60°，则下列说法中正确的是（　）



A. $\overrightarrow{BD_1}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA_1}$

B. $\overrightarrow{AC_1}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}$

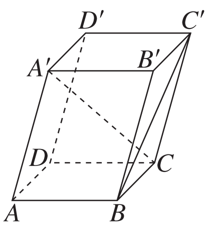
C. $\angle C_1AC=30^\circ$

D. $|\overrightarrow{AC_1}|=\sqrt{6+2\sqrt{3}}$

三、填空题:本题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.

11. [2024·河北沧州高二期末] 已知 A,B,C,D 四点共面且任意三点不共线,平面 $ABCD$ 外一点 P 满足 $\overrightarrow{PD}=-2\overrightarrow{PA}+5\overrightarrow{PB}+\lambda\overrightarrow{PC}$,则 $\lambda=$________.

12. [2024·广东茂名信宜二中高二月考] 如图,在平行六面体 $ABCD\text{-}A'B'C'D'$ 中,$AB=2$, $AD=2$, $AA'=3$, $\angle BAD=\angle BAA'=\angle DAA'=60°$,则直线 BC' 与 CA' 所成角的余弦值为________.



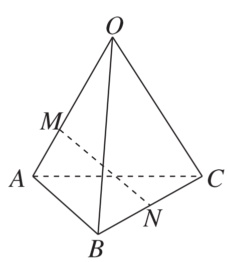
13. [2024·福建泉州高二期中] 已知三棱锥 $P\text{-}ABC$,点 G 满足 $\overrightarrow{GP}+\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\mathbf{0}$,过点 G 作平面 α,α 与直线 PA,PB,PC 分别交于点 D,E,F,且 $\overrightarrow{PD}=x\overrightarrow{PA}$,$\overrightarrow{PE}=y\overrightarrow{PB}$,$\overrightarrow{PF}=z\overrightarrow{PC}$,则 $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=$________.

四、解答题:本题共 3 小题,共 32 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

14. (10 分)如图,在四面体 $OABC$ 中,$OA=OB=OC=2$,$\angle AOC=\angle BOC=\frac{\pi}{2}$,$\angle AOB=\frac{\pi}{3}$,点 M,N 分别在 OA,BC 上,且 $OM=2MA$,$BN=CN$.

(1)以 $\{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC}\}$ 为空间的一个基底表示向量 $\overrightarrow{MN}$;

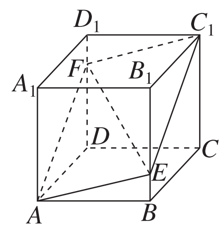
(2)求 MN 的长度.



15. (11 分)如图所示,在平行六面体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中,E,F 分别在 B_1B 和 D_1D 上,且 $BE=\frac{1}{4}BB_1$,$DF=\frac{3}{4}DD_1$.

(1)证明:A,E,C_1,F 四点共面;

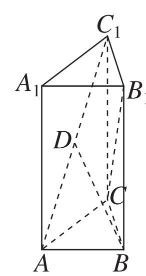
(2)若 $\overrightarrow{EF}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}+z\overrightarrow{AA_1}$,求 $x+y+z$ 的值.



16. (11 分)[2024·吉林松原高二期中] 如图,正三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 的侧棱长为 4,底面边长为 2,D 为 AC_1 的中点.

(1)求直线 B_1C 与 AB 所成角的余弦值.

(2)在线段 CB_1 上是否存在一点 E,使得 $BD\perp AE$?若存在,求 $|\overrightarrow{AE}|$;若不存在,请说明理由.



1.3 空间向量及其运算的坐标表示

1.3.1 空间直角坐标系

基础夯实篇

1. 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，点 $M(-2,6,1)$ 关于 y 轴对称的点的坐标为 ( )

A. $(2,-6,1)$ B. $(2,6,-1)$

C. $(-2,-6,-1)$ D. $(2,-6,-1)$

2. 已知 $\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}$ 分别是空间直角坐标系 $Oxyz$ 中 x 轴、y 轴、z 轴的正方向上的单位向量，且 $\overrightarrow{OB}=-\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}-\boldsymbol{k}$，则点 B 的坐标是 ( )

A. $(-1,1,-1)$ B. $(-\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},-\boldsymbol{k})$

C. $(1,-1,-1)$ D. 不确定

3. [2024·广东中山华侨中学高二月考] 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，已知点 B 是点 $A(1,-2,1)$ 在坐标平面 Oyz 内的射影，则 $\overrightarrow{OB}=$ ( )

A. $(1,-2,1)$ B. $(1,-2,0)$

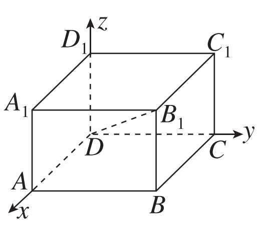
C. $(0,-2,1)$ D. $(1,0,1)$

4. 在空间直角坐标系中，点 $P(x,2023,2024)(x\in\mathbf{R})$ 组成的集合表示 ( )

A. 一条直线 B. 一个平面

C. 一条射线 D. 两条直线

5. 如图所示，以长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的顶点 D 为坐标原点，以 $\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DD_1}$ 的方向分别为 x 轴、y 轴、z 轴的正方向，建立空间直角坐标系，若 $\overrightarrow{DB_1}$ 的坐标为 $(4,3,2)$，则 C_1 的坐标是 ( )



A. $(0,3,2)$ B. $(0,4,2)$

C. $(4,0,2)$ D. $(2,3,4)$

6. (多选题) 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，已知点 $P(x,y,z)$，则下列叙述正确的是 ( )

A. 点 P 关于 x 轴对称的点为 $P_1(x,-y,-z)$

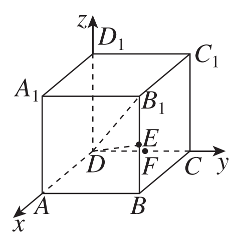
B. 点 P 关于坐标平面 Oyz 对称的点为 $P_2(x,-y,z)$

C. 点 P 关于原点对称的点为 $P_3(-x,-y,-z)$

D. 点 P 关于坐标平面 Oxy 对称的点为 $P_4(x,-y,z)$

7. [2024·山西大同高二期中] 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，已知点 P 在坐标平面 Oxy 上的射影为 $P_1(1,2,0)$，在坐标平面 Oyz 上的射影为 $P_2(0,2,1)$，则点 P 的坐标为________.

8. 已知 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 是棱长为 2 的正方体，E,F 分别为 BB_1 和 DC 的中点，以 $\left\{\frac{1}{2}\overrightarrow{DA},\frac{1}{2}\overrightarrow{DC},\frac{1}{2}\overrightarrow{DD_1}\right\}$ 为单位正交基底，建立如图所示的空间直角坐标系，试写出 $\overrightarrow{DB_1},\overrightarrow{DE},\overrightarrow{DF}$ 的坐标.



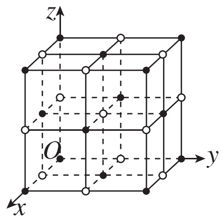
素养提能篇

9. 已知 $\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$ 是空间的一个单位正交基底，$\{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b},\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$ 是空间的另一个基底，若向量 $\boldsymbol{p}$ 在基底 $\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$ 下的坐标为 $(3,2,1)$，则它在 $\{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b},\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$ 下的坐标为 ( )

A. $\left(\frac{1}{2},\frac{5}{2},1\right)$ B. $\left(\frac{5}{2},1,\frac{1}{2}\right)$

C. $\left(1,\frac{1}{2},\frac{5}{2}\right)$ D. $\left(\frac{5}{2},\frac{1}{2},1\right)$

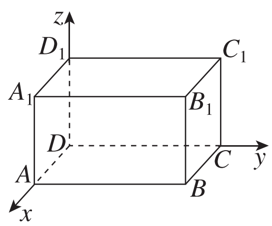
10. 结晶体的基本单位称为晶胞,如图是食盐晶胞的示意图$\left(\text{可看成是八个棱长为}\frac{1}{2}\text{的小正方体堆积成的大正方体}\right)$.其中实心圆●代表钠离子,空心圆○代表氯离子.建立空间直角坐标系$Oxyz$后,图中最上层中间的钠离子所在位置的坐标是 ( )



A. $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2},1\right)$　　B. $(0,0,1)$

C. $\left(1,\frac{1}{2},1\right)$　　D. $\left(1,\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$

11. [2024·成都石室中学高二月考] 在长方体$ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$中,$AB=5$,$AD=4$,$AA_1=3$,以D为原点,DA,DC,DD_1所在直线分别为x轴、y轴、z轴,建立如图所示的空间直角坐标系$Dxyz$,则下列结论中不正确的是 ( )



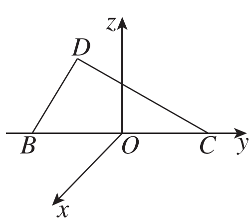
A. 点A关于直线DD_1对称的点为$(-4,0,0)$

B. 点C_1关于点B对称的点为$(8,5,-3)$

C. 点B_1的坐标为$(3,5,4)$

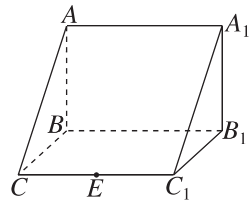
D. 点C关于平面ABB_1A_1对称的点为$(8,5,0)$

12. 如图,在空间直角坐标系中,点B,C在y轴上,$BC=2$,原点O是BC的中点,点D在Oyz平面内,且$\angle BDC=90°$,$\angle DCB=30°$,则点D的坐标是________.



13. 已知$\boldsymbol{a}=(3,4,5)$,$\boldsymbol{e}_1=(2,-1,1)$,$\boldsymbol{e}_2=(1,1,-1)$,$\boldsymbol{e}_3=(0,3,3)$,若$\boldsymbol{a}=x\boldsymbol{e}_1+y\boldsymbol{e}_2+z\boldsymbol{e}_3$,则$x=$________,$y=$________,$z=$________.

14. [2024·福建福清高二期中] 如图,在三棱柱$ABC\text{-}A_1B_1C_1$中,$AB\perp$平面BB_1C_1C,E为棱C_1C的中点,已知$AB=\sqrt{2}$,$BB_1=2$,$BC=1$,$\angle BCC_1=\frac{\pi}{3}$.试建立合适的空间直角坐标系,求出图中所有点的坐标.



思维训练篇

15. 假设地球是半径为r的球体,现将空间直角坐标系的原点置于球心,赤道位于Oxy平面上,z轴的正方向为球心指向正北极方向,本初子午线是0度经线,位于Oxz平面上,且交x轴于点$S(r,0,0)$,已知赤道上一点$E\left(\frac{1}{2}r,\frac{\sqrt{3}}{2}r,0\right)$位于东经60度,则地球上位于东经30度、北纬60度的空间点P的坐标为 ( )

A. $\left(\frac{\sqrt{3}}{4}r,\frac{1}{4}r,\frac{\sqrt{3}}{2}r\right)$　　B. $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}r,\frac{1}{2}r,\frac{\sqrt{3}}{2}r\right)$

C. $\left(\frac{1}{2}r,\frac{\sqrt{3}}{2}r,\frac{1}{2}r\right)$　　D. $\left(\frac{1}{4}r,\frac{\sqrt{3}}{4}r,\frac{\sqrt{3}}{2}r\right)$

16. 已知点$P(1,1,2)$是空间直角坐标系$Oxyz$中的一点,则点P关于x轴的对称点Q的坐标为________;若点P在平面Oxy上的射影为M,则四面体$OPQM$的体积为________.

1.3.2 空间向量运算的坐标表示

基础夯实篇

1. 已知 $A(1,-1,3)$，$B(0,2,-1)$，则向量 $\overrightarrow{AB}$ 的坐标是（　）

A. $(1,3,-4)$　　B. $(-1,3,-4)$

C. $(1,-3,-4)$　　D. $(-1,-3,4)$

2. [2024·陕西咸阳高二期中] 若 $\overrightarrow{AB}=(-1,2,3)$，$\overrightarrow{BC}=(1,-1,-5)$，则 $|\overrightarrow{AC}|=$（　）

A. 10　　B. 3

C. $\sqrt{10}$　　D. $\sqrt{5}$

3. [2024·安徽名校联盟高二期中] 在空间直角坐标系中，已知点 $A(0,4,0)$，$B(-2,2,1)$，若 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\boldsymbol{c}$ 的方向相反，且 $|\boldsymbol{c}|=9$，则 $\boldsymbol{c}=$（　）

A. $(-6,-6,3)$　　B. $(6,6,-3)$

C. $(3,3,-6)$　　D. $(-3,-3,6)$

4. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,0,-1)$，则下列向量中与 $\boldsymbol{a}$ 的夹角为 $60°$ 的是（　）

A. $(-1,1,0)$　　B. $(1,-1,0)$

C. $(0,-1,1)$　　D. $(-1,0,1)$

5. (多选题)[2023·辽宁沈阳高二期中] 已知向量 $\boldsymbol{a}=(4,-2,-4)$，$\boldsymbol{b}=(6,-3,2)$，则下列结论正确的是（　）

A. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(10,-5,-2)$

B. $|\boldsymbol{a}|=6$

C. $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=22$

D. $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 能构成空间的一个基底

6. 设 $A(1,2,-1)$，$B(2,-3,1)$ 在 Ozx 平面上的射影分别为 A_1，B_1，则线段 A_1B_1 的长为________.

7. [2024·河南焦作高二期中] 已知点 $O(0,0,0)$，$A(2,0,1)$，$B(-1,0,2)$，则 $\triangle OAB$ 的面积为________.

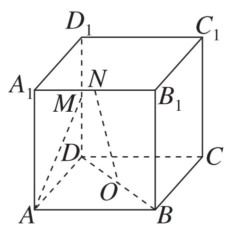
8. 已知 $\boldsymbol{a}=(\lambda+1,1,2\lambda)$，$\boldsymbol{b}=(6,2m-1,2)$.

(1)若 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，分别求 λ 与 m 的值；

(2)若 $|\boldsymbol{a}|=\sqrt{5}$，且 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{c}=(2,-2\lambda,-\lambda)$ 垂直，求 $\boldsymbol{a}$.

素养提能篇

9. 如图所示，在正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，O 是 BD 的中点，M 是 D_1D 的中点，N 是 A_1B_1 的中点，则直线 NO，AM 的位置关系是（　）



A. 平行　　B. 相交

C. 异面且垂直　　D. 异面不垂直

10. [2024·天津北辰区高二期中] 在正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，E 为 CC_1 的中点，$\overrightarrow{BM}=2\overrightarrow{MC}$，$\overrightarrow{B_1N}=\lambda\overrightarrow{B_1B}$，$\overrightarrow{A_1N}=x\overrightarrow{AM}+y\overrightarrow{AE}$，则 $x+y-\lambda=$（　）

A. 0　　B. 1

C. 2　　D. 3

11. (多选题)[2024·西安部分学校高二联考]已知向量 $\boldsymbol{a}=(m,n,2)$，$\boldsymbol{b}=(2,-2,1)$，则下列结论正确的是 ( )

A. 若 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，则 $m=4$，$n=-4$

B. 若 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，则 $m=-4$，$n=4$

C. 若 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，则 $m-n+1=0$

D. 若 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，则 $n-m+1=0$

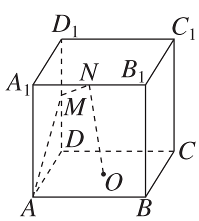
12. (多选题)已知点 P 是△ABC 所在平面外一点，$\overrightarrow{AB}=(-2,1,4)$，$\overrightarrow{AC}=(4,2,0)$，$\overrightarrow{AP}=(1,-2,1)$，则下列结论正确的是 ( )

A. $AP\perp AB$ B. $AP\perp BP$

C. $BC=\sqrt{53}$ D. $AP/\!/BC$

13. 在空间直角坐标系中，已知 $A(1,2,0)$，$B(0,1,-1)$，P 是 x 轴上的动点. 当 $|\overrightarrow{PA}|=|\overrightarrow{PB}|$ 时，点 P 的坐标为________；当 $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BP}$ 取最小值时，点 P 的坐标为________.

14. 如图所示，在正方体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 中，O 是底面 $ABCD$ 的中心，M 是 D_1D 的中点，N 是 A_1B_1 的中点，则异面直线 ON 与 AM 所成角的大小为________，线段 MN 的长度为________.



15. 在棱长为 1 的正方体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 中，E，F，G 分别是 DD_1，BD，BB_1 的中点.

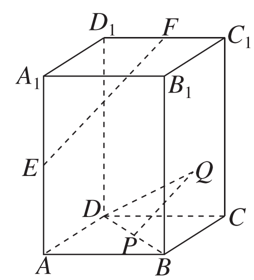
(1)求证：$EF\perp CF$；

(2)求 $\overrightarrow{EF}$ 与 $\overrightarrow{CG}$ 夹角的余弦值；

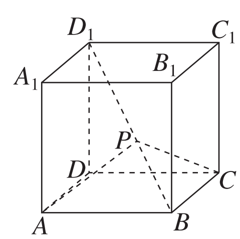
(3)求 CE 的长.

思维训练篇

16. 如图，在正四棱柱 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 中，E，F，P 分别是 AA_1，C_1D_1，BD 的中点，且 $AA_1=3$，$AB=AD=2$，Q 是平面 CDD_1C_1 内一点，若 $\overrightarrow{EF}/\!/\overrightarrow{PQ}$，则 $|\overrightarrow{DQ}|=$________.



17. [2024·上海奉贤区四校高二联考]如图，在正方体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 中，动点 P 在体对角线 BD_1 上，记 $\dfrac{D_1P}{D_1B}=\lambda(0\leqslant\lambda\leqslant1)$. 当∠$APC$ 为钝角时，λ 的取值范围为________.



18. 在四棱锥 P-$ABCD$ 中，$PA\perp$ 底面 $ABCD$，底面 $ABCD$ 为正方形，$PA=AB=3$，点 M 为正方形 $ABCD$ 内一点，且 $MD=2MA$，则直线 PM 与 AD 所成角的余弦值的取值范围为________.

1.4　空间向量的应用

1.4.1　用空间向量研究直线、平面的位置关系

第 1 课时　空间中点、直线和平面的向量表示

基础夯实篇

1. 已知点 $P(0,1,0)$，$Q(-2,0,1)$，则直线 PQ 的一个方向向量为 (　　)

A. $(-2,-1,-1)$

B. $(1,-2,1)$

C. $(4,2,-2)$

D. $(4,-2,2)$

2. 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，$A(-1,0,0)$，$B(1,2,-2)$，$C(2,3,-2)$，则平面 ABC 的一个法向量为 (　　)

A. $(1,-1,0)$　　B. $(1,-1,1)$

C. $(1,0,-1)$　　D. $(0,1,1)$

3. 从点 $A(2,-1,7)$ 沿向量 $\boldsymbol{a}=(8,9,-12)$ 的方向取线段 AB，且 $|\overrightarrow{AB}|=34$，则点 B 的坐标为 (　　)

A. $(18,17,-17)$

B. $(-14,-19,17)$

C. $\left(6,\frac{7}{2},1\right)$

D. $\left(-2,-\frac{11}{2},13\right)$

4. 已知向量 $\overrightarrow{AB}=(2,4,x)$，平面 α 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(1,y,3)$，若 $AB\subset\alpha$，则 (　　)

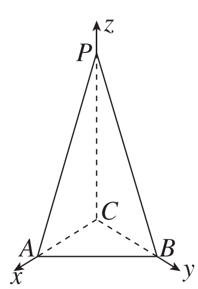
A. $x=6,y=2$

B. $x=2,y=6$

C. $3x+4y+2=0$

D. $4x+3y+2=0$

5. 在三棱锥 $P\text{-}ABC$ 中，CP,CA,CB 两两垂直，$AC=CB=1$，$PC=2$，如图，建立空间直角坐标系，则下列向量中是平面 PAB 的法向量的是 (　　)



A. $\boldsymbol{n}_1=\left(1,1,\frac{1}{2}\right)$

B. $\boldsymbol{n}_2=(1,\sqrt{2},1)$

C. $\boldsymbol{n}_3=(1,1,1)$

D. $\boldsymbol{n}_4=(2,-2,1)$

6. (多选题)已知平面 $\alpha=\{P|\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{P_0P}=0\}$，其中点 $P_0(1,2,3)$，$\boldsymbol{n}=(1,1,1)$，则下列各点中在平面 α 内的是 (　　)

A. $(3,2,1)$　　B. $(-2,5,4)$

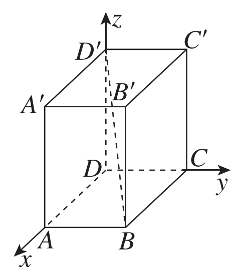
C. $(-3,4,5)$　　D. $(2,-4,8)$

7. 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，已知 $A(1,1,t)$，$B(2,2,4)$，若直线 $AB\subset$平面 α，且平面 α 的一个法向量为 $\boldsymbol{m}=(3,1,-1)$，则直线 AB 的一个方向向量为________.

8. 在长方体 $ABCD\text{-}A'B'C'D'$ 中，$AB=2$，$AD=4$，$AA'=3$. 如图，以 D 为原点，DA,DC,DD' 所在直线分别为 x 轴、y 轴、z 轴，建立空间直角坐标系，求下列直线的一个方向向量.

(1)AA'；

(2)BD'.

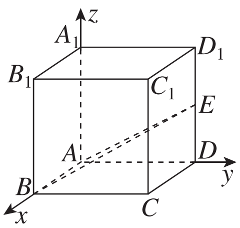


素养提能篇

9. 已知平面 α 内有一点 $M(1,-1,2)$，平面 α 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(6,-3,6)$，点 $P(a,3,3)$在平面 α 内，则 $a=$ （　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

10. ［2024・广东茂名高二期中］已知正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，E 为棱 DD_1 的中点，以 A 为坐标原点建立空间直角坐标系(如图)，则平面 ABE 的一个法向量为 （　）



A. $(1,0,-2)$　　B. $(0,1,2)$

C. $(0,2,-4)$　　D. $(-2,1,4)$

11. (多选题)若 $\boldsymbol{n}=(2,-3,1)$是平面 α 的一个法向量，则下列向量中能作为平面 α 的法向量的是 （　）

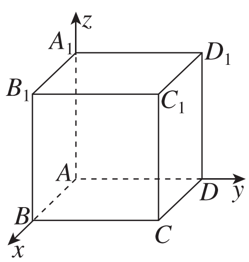
A. $\boldsymbol{n}_1=(-2,3,-1)$

B. $\boldsymbol{n}_2=(200,-300,100)$

C. $\boldsymbol{n}_3=(2\sqrt{5},-3\sqrt{5},\sqrt{5})$

D. $\boldsymbol{n}_4=(-2,3,0)$

12. (多选题)在棱长为 1 的正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，以 A 为原点，建立如图所示的空间直角坐标系，则下列结论中正确的是(　)



A. 直线 BD_1 的一个方向向量为$(-2,2,2)$

B. 直线 BD_1 的一个方向向量为$(2,2,2)$

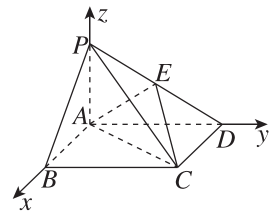
C. 平面 B_1CD_1 的一个法向量为$(1,1,1)$

D. 平面 B_1CD 的一个法向量为$(1,-1,-1)$

13. ［2024・北京广渠门中学高二月考］已知平面 α 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(3,1,2)$，$P(1,-1,1)$，$Q\left(1,3,\frac{3}{2}\right)$，点 $A(2,-1,2)$为平面 α 内的一点，则 P ________ α，Q ________ α.(填“$\in$”或“$\notin$”).

14. 已知直线 l 的一个方向向量为 $\boldsymbol{a}=(2,1,1)$，且直线 l 过点$M(1,0,-1)$. 若平面 α 过直线 l 与点 $N(1,2,3)$，则平面 α 的一个法向量是________.

15. 如图，在四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为矩形，$PA\perp$平面 $ABCD$，E 为 PD 的中点，$AB=AP=1$，$AD=\sqrt{3}$，以 A 为原点，AB，AD，AP 所在直线分别为 x，y，z 轴，建立空间直角坐标系，求平面 ACE 的一个法向量.



思维训练篇

16. 在空间直角坐标系中，过 $A(-1,0,0)$，$B(0,1,0)$，$C(0,0,1)$三点的平面的一个法向量是 $\boldsymbol{n}=(x,y,1)$，则 $x^{2024}+y^{2024}=$ （　）

A. 2　　B. 0

C. 1　　D. -2

17. 已知平面 α 的一个法向量是 $\boldsymbol{n}=(1,-1,2)$，且点 $A(0,3,1)$在平面 α 上，若 $P(x,y,z)$是平面 α 上任意一点，则向量 $\overrightarrow{AP}=$ ____________，点 P 的坐标满足的方程是____________.

第2课时　空间中直线、平面的平行与垂直

基础夯实篇

1. 直线 l_1 的一个方向向量为 $\boldsymbol{v}_1=(1,0,-1)$，直线 l_2 的一个方向向量为 $\boldsymbol{v}_2=(-2,0,2)$，则直线 l_1 与 l_2 的位置关系是　(　　)

A. 平行　　B. 相交

C. 垂直　　D. 不能确定

2. [2024·重庆黔江中学高二月考] 已知平面 α 的一个法向量为 $\boldsymbol{m}=(1,-2,-1)$，平面 β 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(-1,2,k)$，若 $\alpha\perp\beta$，则 $k=$　(　　)

A. -2　　B. 1

C. -5　　D. 2

3. [2024·北京顺义区高二期中] 已知平面 α 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(2,1,1)$，直线 l 的一个方向向量为 $\boldsymbol{a}=(-1,0,3)$，则　(　　)

A. $l/\!/\alpha$　　B. $l\perp\alpha$

C. l 与 α 斜交　　D. $l\subset\alpha$

4. [2023·北京西城区高二期末] 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，点 $A(1,3,0)$，$B(0,3,-1)$，则(　　)

A. 直线 $AB/\!/$坐标平面 Oxy

B. 直线 $AB\perp$坐标平面 Oxy

C. 直线 $AB/\!/$坐标平面 Oxz

D. 直线 $AB\perp$坐标平面 Oxz

5. (多选题)[2024·浙江温州新力量联盟高二联考] 已知直线 l 的一个方向向量是 $\boldsymbol{a}$，两个不同的平面 α,β 的法向量分别是 $\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}$，则下列说法中正确的是　(　　)

A. 若 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{m}$，则 $l\perp\alpha$

B. 若 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{m}=0$，则 $l\perp\alpha$

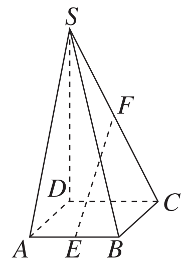
C. 若 $\boldsymbol{m}/\!/\boldsymbol{n}$，则 $\alpha\perp\beta$

D. 若 $\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}=0$，则 $\alpha\perp\beta$

6. [2024·广东东莞南城开心实验学校高二期中] 直线 l 的一个方向向量为 $\boldsymbol{a}=(2,0,4)$，平面 α 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=\left(1,-2,-\frac{1}{2}\right)$，则 l 与 α 的位置关系为________.

7. 已知平面 α 内的三点 $A(0,0,1)$，$B(0,1,0)$，$C(1,0,0)$，平面 β 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(-1,-1,-1)$，且 β 与 α 不重合，则 β 与 α 的位置关系是________.

8. 如图，在四棱锥 $S\text{-}ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为正方形，侧棱 $SD\perp$底面 $ABCD$，E,F 分别为 AB,SC 的中点. 求证：$EF/\!/$平面 SAD.



素养提能篇

9. 已知直线 l 和平面 ABC，若直线 l 的一个方向向量为 $\boldsymbol{n}=(1,-2,-5)$，向量 $\overrightarrow{AB}=(1,0,-1)$，$\overrightarrow{AC}=(2,1,0)$，则下列结论一定正确的为　(　　)

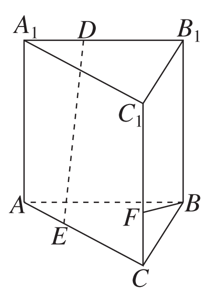
A. $l\perp$平面 ABC

B. l 与平面 ABC 相交，但不垂直

C. $l/\!/$直线 BC

D. $l/\!/$平面 ABC 或 $l\subset$平面 ABC

10. 如图，在直三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中，$AB\perp BC$，$BA=BC=BB_1=2$，$3\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AC}$，点 F 在棱 CC_1 上，点 D 在棱 A_1B_1 上，若 $BF\perp DE$，则 $CF=$　(　　)



A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{2}{3}$

C. 1　　D. $\frac{3}{2}$

11. (多选题)[2024·河南安阳一中高二期中] 在空间直角坐标系中,设 $\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$ 分别是异面直线 l_1,l_2 的方向向量,$\boldsymbol{u}$,$\boldsymbol{v}$ 分别是平面 α,β 的法向量,若 $\boldsymbol{a}=(1,1,2)$,$\boldsymbol{b}=(4,4,2)$,$\boldsymbol{u}=(-1,0,2)$,$\boldsymbol{v}=(2,2,1)$,则下列结论中正确的是 (　)

A. $l_1\perp\alpha$　　B. $l_2\perp\beta$

C. $\alpha/\!/\beta$　　D. $\alpha\perp\beta$

12. (多选题)在正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中,$M\in AD_1$,$N\in BD$,且满足 $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AD_1}$,$\overrightarrow{BN}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BD}$,则下列说法正确的是 (　)

A. $AD_1\perp MN$

B. $MN/\!/A_1C$

C. $MN/\!/$平面 DCC_1D_1

D. MN 为 AD_1 与 BD 的公垂线

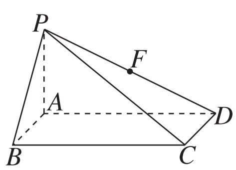
13. [2024·深圳福田区红岭中学高二期中] 已知点 O 为坐标原点,点 $A(-3,y,2)$,平面 α 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(6,-2,z)$,若 $OA\perp\alpha$,则 $y+z=$________.

14. 已知空间三点 $A(0,0,1)$,$B(-1,1,1)$,$C(1,2,-3)$,若直线 AB 上有一点 M 满足 $CM\perp AB$,则点 M 的坐标为________.

15. [2024·广东清远四校联盟高二期中] 如图所示,在底面是矩形的四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 中,$PA\perp$平面 $ABCD$,F 是 PD 的中点,$PA=AB=1$,$BC=2$.

(1)求 B,F 两点间的距离;

(2)求证:平面 $PAD\perp$平面 PDC.

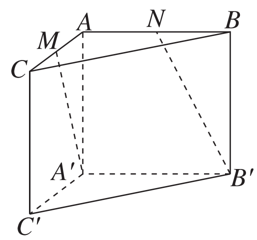


思维训练篇

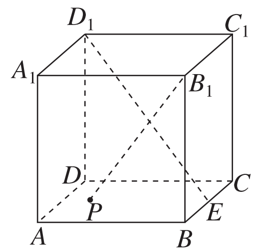
16. 如图,在直三棱柱 $ABC\text{-}A'B'C'$ 中,$BA\perp CA$,$A'A=BA=CA$,点 M,N 分别是 AC,AB 的中点,过点 C 作平面 α,使得 $\alpha/\!/A'M$,$\alpha/\!/B'N$,若 $\alpha\cap B'C'=P$,则$\frac{C'P}{PB'}$的值为 (　)

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{4}$　　D. $\frac{1}{5}$



第 16 题



第 17 题

17. 如图,在棱长为 4 的正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中,E 为棱 BC 的中点,P 是底面 $ABCD$ 内的一点(包含边界),且 $B_1P\perp D_1E$,则线段 B_1P 的长度的取值范围是________.

18. 如图,在四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 是菱形,$\angle DAB=60°$,$PD\perp$平面 $ABCD$,$PD=1$,$AD=1$,点 E,F 分别为 AB,PD 的中点.

(1)求证:直线 $AF/\!/$平面 PCE.

(2)在线段 PE 上是否存在点 M,使得 $DM\perp$平面 ABF?若存在,求出$\frac{PM}{ME}$的值;若不存在,请说明理由.